

# Versuch LFK: Leitfähigkeit

Physikpraktikum für Studierende der Chemie

*Hinweis: Für diesen Versuch ist eine Online-Version der Anleitung auf <http://ibe.physik.rwth-aachen.de> verfügbar.*

Zur Bestimmung elektrischer Widerstände und ihrer Temperaturabhängigkeit sollen verschiedene Verfahren wie Kennlinienmessung und Wheatstone-Brücke eingesetzt und ihre Genauigkeit bewertet werden. Widerstandsbauelemente verschiedenen Typs sollen identifiziert und Kenngrößen (Temperaturkoeffizient) bestimmt werden.

## 1 Grundlagen

### Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands bei Metallen

Der elektrische Widerstand eines Metalls ist im Allgemeinen temperaturabhängig, er nimmt mit steigender Temperatur zu. Die Abhängigkeit des Widerstandes  $R$  von der Temperatur  $T$  kann näherungsweise für nicht zu große Temperaturbereiche durch folgende Beziehung angegeben werden:

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot (T - T_0)) = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$R_0$  steht für den Widerstand im Bereich der Raumtemperatur (mit  $T_0$  bezeichnet), welcher je nach Definition 20 °C oder 25 °C beträgt.  $\alpha$  (Temperaturkoeffizient) gibt die relative Vergrößerung des Widerstandes pro Grad Temperaturerhöhung an. Er ist von der Art des Materials abhängig.

### Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands bei Heiß- und Kaltleitern (NTC & PTC)

Für NTC-Elemente kann die Abhängigkeit des Widerstandes  $R$  von der Temperatur  $T$  wie folgt wiedergegeben werden:

$$R = R_\infty \cdot e^{\frac{B}{T}}$$

$T$  ist die absolute Temperatur in Kelvin,  $B$  eine Materialkonstante mit der Dimension einer Temperatur und  $R_\infty$  eine Konstante, die als ein auf unendlich hohe Temperatur extrapolierter Widerstand zu deuten ist.

Aus  $R = R_\infty \cdot e^{\frac{B}{T}}$  ergibt sich für den Temperaturkoeffizienten  $\alpha$  bei der Temperatur  $T$ :

$$\alpha = -\frac{B}{T^2}$$

$\alpha$  gibt an, wie stark der Widerstand  $R$  auf Temperaturänderungen reagiert. Im Regelfall wird für  $T$  in  $\alpha = -\frac{B}{T^2}$  die Raumtemperatur eingesetzt. Trägt man den natürlichen Logarithmus von  $R$  als Funktion von  $1/T$  auf, so ergibt sich eine Gerade:

$$\ln R = \frac{B}{T} + \ln R_\infty$$

Aus der Steigung dieser Geraden lässt sich die Größe  $B$  und damit der Temperaturkoeffizient  $\alpha$  nach  $\alpha = -\frac{B}{T^2}$  ermitteln.

PTC-Elemente zeichnen sich durch eine Zunahme des elektrischen Widerstands bei steigender Temperatur aus, wobei sich  $R$  als Funktion von  $T$  leider nicht analytisch beschreiben lässt.

## Widerstandsmessung

Für die Messung von Widerständen gibt es verschiedene Methoden. Das einfachste Verfahren ist die Bestimmung nach dem Ohmschen Gesetz aus der gleichzeitigen Messung von Strom  $I$  und Spannung  $U$ . Wird eine höhere Präzision gewünscht, empfiehlt sich die Aufnahme von Strom-Spannungs-Kennlinien. Dabei werden mehrere Wertepaare  $(U, I)$  aufgenommen und in einem  $I$ - $U$ -Diagramm dargestellt. Aus dessen Steigung lässt sich der gesuchte Widerstand bestimmen.

Zu den genauesten Verfahren gehören die Brückenmessungen, die auf dem Vergleich zweier Widerstände beruhen. Sie werden für die Messung von Widerständen im Bereich 1..1000 $\Omega$  angewandt.

Die Wheatstone-Brücke besteht aus vier Widerständen  $R_1, R_2, R_3$  und  $R_4$ , die nach Abbildung 1 angeordnet sind. Zwischen die Punkte A und B wird eine Spannungsquelle und zwischen die Punkte C und D ein Amperemeter geschaltet. Bei beliebigen Werten der Widerstände  $R_1$  bis  $R_4$  herrscht zwischen den Punkten C und D eine Spannungsdifferenz und durch das Amperemeter fließt ein Strom. Durch geeignete Wahl der Widerstandswerte lässt sich die Brücke so abgleichen, dass die Spannung zwischen C und D verschwindet und der gemessene Strom zu Null wird. Diese Abgleichbedingung kann mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze berechnet werden. Sie lautet:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

An Stelle von  $R_1$  kann der unbekannte Widerstand  $R_x$  und an Stelle von  $R_2$  ein Vergleichswiderstand  $R_n$  geschaltet werden. Das Verhältnis  $R_3$  zu  $R_4$  wird nun solange verändert, bis das

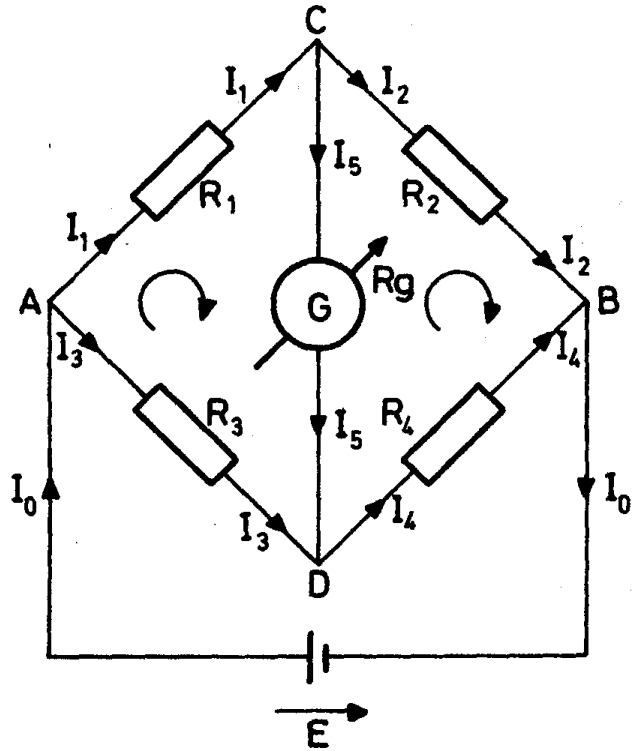


Abbildung 1: Wheatstone-Brücke

Amperemeter keinen Strom mehr anzeigt. Dann gilt

$$R_x = R_n \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

## 2 Versuchsaufbau

Jeder Messplatz ist mit Widerstandsbauelementen sowie mit Geräten und Zubehör zum Messen und Heizen der Widerstände ausgestattet. Das zum Heizen verwendete Wasserbad kann zur Temperaturregulierung mit Eis gekühlt werden.

Für die Widerstandsmessung kommen drei Verfahren zum Einsatz:

### Wheatstone-Brücke

Die Schaltung ist nach Abbildung 2 (links) aufzubauen, ein Foto eines realen Aufbau ist auf der rechten Seite zu sehen. Ein Schleifdraht, der durch den Abgriff D in Abschnitte der Länge  $a$  und  $b$  geteilt wird, ist auf einem Lineal aufgespannt. Der Widerstand eines Drahtabschnitts ist proportional zu dessen Länge. Damit lässt sich der unbekannte Widerstand  $R_x$  aus

$$R_x = R_n \cdot \frac{a}{b}$$

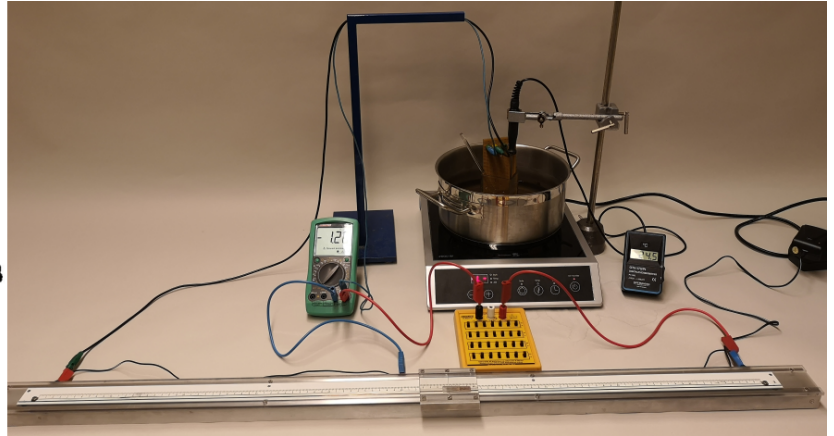
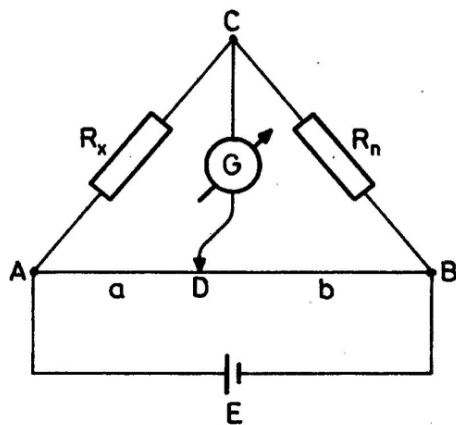


Abbildung 2: Wheatstone-Brücke mit Schleifdraht

bestimmen. Als Vergleichswiderstand wird bei den Messungen ein variabler Widerstand verwendet, dessen Wert in weiten Grenzen veränderlich ist. Bei der Messung wird nun zuerst ein beliebiger Wert  $R_n$  eingestellt und  $R_x$  gemessen. Dann wird  $R_n$  ungefähr gleich  $R_x$  eingestellt und die Messung wiederholt. Die Brücke hat nämlich die größte Empfindlichkeit, wenn  $a/b = R_x/R_n \approx 1$  ist.

Unabhängig vom Messverfahren ist zu beachten, dass systematische Abweichungen durch den Anschluss des Widerstandes an die Messvorrichtung entstehen können. Zusammen mit dem Messwiderstand misst man nämlich auch Beiträge von angeschlossenen Kabeln, Drähten, Steckverbindern usw. Die Messung kann außerdem von Kontaktwiderständen beeinflusst werden, die von der Qualität der Kontakte und ihrer Oberflächen abhängen.

Hinweise zu Messunsicherheiten: Die Genauigkeit des Vergleichswiderstandes ist dem Aufdruck auf der gelben Box zu entnehmen, die der Schleifdrahtbrücke ist mittels  $\frac{\Delta a}{a}$  abzuschätzen. Der Einfluss des Amperemeters auf die Messung kann vernachlässigt werden.

### Strom-Spannungs-Kennlinien

Hierzu kann mit dem Steckernetzteil und dem Schleifdraht eine regelbare Spannungsquelle (0–1,5 V) aufgebaut werden. Die Ausgänge des Steckernetzteils werden dabei mit den Endpunkten A und B des Schleifdrahts verbunden, so dass zwischen diesen Punkten die Spannung  $U_{AB} = 1,5 \text{ V}$  anliegt. Zwischen A und D kann dann die Teilspannung  $U_{AD} = \frac{a}{a+b} \cdot U_{AB}$  abgegriffen werden. Diese Spannung wird an den zu messenden Widerstand angelegt. Kennlinien werden aufgenommen, indem für verschiedene Einstellungen des Schleifdrahts die am Widerstand anliegende Spannung und der dadurch fließende Strom gleichzeitig gemessen werden. Dafür sind Digitalmultimeter zu verwenden. Die Schaltung ist in Abbildung 3 skizziert.

Einige der vorkommenden Bauelemente (z.B. PTC Thermistor) sind nicht-linear und können somit nicht-ohmsche Kennlinien zeigen. In diesem Fall wird als Widerstand die Steigung  $\frac{\Delta U}{\Delta I}$  bei *niedrigen* Spannungen angegeben.

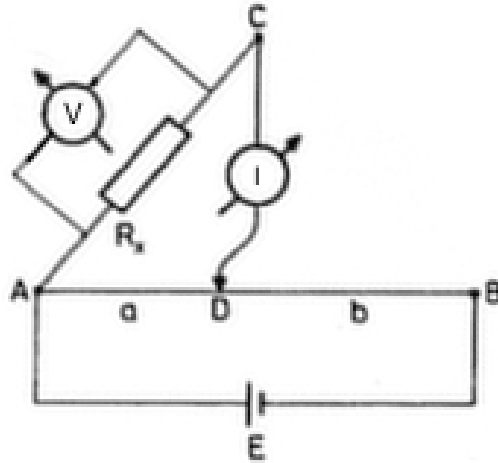


Abbildung 3: Schaltskizze zur Aufnahme von Strom-Spannungskennlinien

### Digitalmultimeter

Die vorhandenen Digitalmultimeter können als Ohmmeter betrieben werden. Dieser Betriebsmodus ist durch das Symbol „ $\Omega$ “ gekennzeichnet.

Die Messunsicherheiten der in diesem Versuch verwendeten Multimeter „VC120“ können Sie untenstehender Tabelle entnehmen.

Eine sinnvolle Bearbeitung des Versuchs setzt Kenntnisse zu folgenden Grundlagen voraus:

- elektrischer Widerstand  $R$
- Ohmsches Gesetz für  $R$ , Strom-Spannungs-Kennlinien
- Kirchhoffsche Gesetze, Wheatstone-Brücke
- Widerstand eines Metalldrahts und Einfluss der Temperatur, Temperaturkoeffizient  $\alpha$
- andere Typen des Temperaturverhaltens (Halbleiter, NTC-Widerstände), Größe  $B$
- Verfahren zur elektrischen Temperaturerfassung

## 3 Aufgaben

*Achtung!* In diesem Versuch arbeiten bis zu 4 Personen in einem Team. Jedes Team kann zwei Messplätze nutzen.

1. Vergleich der Messverfahren Wheatstone-Brücke, Kennlinienmessung und Digitalmultimeter: Jedes Team erhält zwei Widerstände mit nahezu gleichem Widerstandswerten (siehe Abbildung 5). Wie groß sind sie und wie genau kann ihr Unterschied mit jedem der drei Verfahren gemessen werden? Tauschen Sie Ihre Messdaten innerhalb des Teams aus.

Betriebsart	Meßbereich	Genauigkeit	Auflösung
Gleichspannung	200 mV	$\pm(0,5\%+2\text{dgts})$	100 $\mu\text{V}$
	2 V	—————“—————	1 mV
	20 V	—————“—————	10 mV
	200 V	—————“—————	100 mV
	600 V	$\pm(0,8\%+2\text{dgts})$	1 V
Eingangswiderstand ca. 10 M $\Omega$			
Wechselspannung	200 V	$\pm(1,2\%+10\text{dgts})$	100 mV
	600 V	$\pm(1,2\%+10\text{dgts})$	1 V
Frequenz der Wechselspannung 40-400 Hz			
Eingangswiderstand ca. 5M $\Omega$			
Gleichstrom	200 $\mu\text{A}$	$\pm(1,0\%+2\text{dgts})$	100 nA
	2000 $\mu\text{A}$	$\pm(1,0\%+2\text{dgts})$	1 $\mu\text{A}$
	20 mA	$\pm(1,0\%+2\text{dgts})$	10 $\mu\text{A}$
	200 mA	$\pm(1,2\%+2\text{dgts})$	100 $\mu\text{A}$
	10 A	$\pm(2,0\%+5\text{dgts})$	10 mA
Widerstand	200 Ohm	$\pm(0,8\%+5\text{dgts})$	0,1 Ohm
	2 kOhm	$\pm(0,8\%+2\text{dgts})$	1 Ohm
	20 kOhm	$\pm(0,8\%+2\text{dgts})$	10 Ohm
	200 kOhm	$\pm(0,8\%+2\text{dgts})$	100 Ohm
	20 MOhm	$\pm(1,0\%+5\text{dgts})$	10 kOhm
Meßspannung am offenen Meßkreis : < 3 V			

Abbildung 4: Messunsicherheiten der Digitalmultimeter „VC120“

- Identifizierung von Widerständen: Jedes Team erhält 2 Platinen, auf denen jeweils 2 unterschiedliche Widerstandsbauelemente befestigt sind (pro Team liegen also 4 verschiedene Widerstandsbauelemente vor), deren Typ jeweils zu bestimmen ist, z.B. Drahtwiderstand, Kohleschichtwiderstand, NTC-Widerstand, PTC-Thermistor. Dazu sollen der elektrische Widerstand und dessen Temperaturabhängigkeit bestimmt werden. Die Spezifikationen, die zur Identifizierung der Widerstände benötigt werden, werden in Diagrammform vorgegeben und befinden sich im Anhang dieser Anleitung (s. Abbildung 6). Tauschen Sie erneut innerhalb der Teams die Messdaten aus.
- Messung von Temperaturkoeffizienten zu diesen Bauelementen: Bestimmen Sie die Größen  $\alpha$  und  $B$ , soweit diese für das jeweilige Bauelement definiert sind. Mindestens eine temperaturabhängige Messung sollte mit der Wheatstone-Brücke durchgeführt werden. Um Temperaturkoeffizienten hinreichend genau bestimmen zu können, empfiehlt es sich, den gesamten verfügbaren Temperaturbereich zu nutzen, d. h. von Raumtemperatur bis ca. 90 °C. Außerdem sollte eine sinnvolle Anzahl von Messpunkten auf der Temperaturskala gewählt werden, maximal ca. 10.

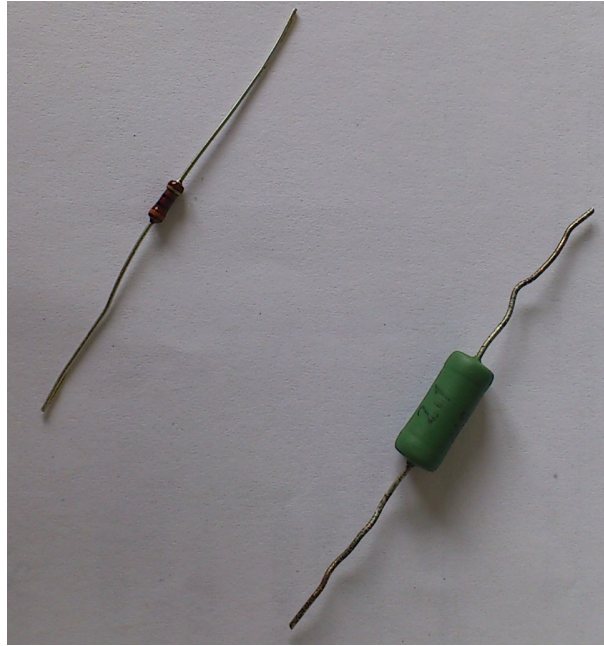


Abbildung 5: Die zu vergleichenden Widerstände im ersten Versuchsteil

Für die erfolgreiche Bearbeitung dieser Versuchsaufgaben innerhalb der zur Verfügung stehenden Zeit ist eine strategische Absprache im Team sehr zu empfehlen. Der Betreuer kann Ihnen dazu Hinweise geben.

Notieren Sie alle Daten, die zum Nachweis der Widerstandstypen und für die Berechnung von  $\alpha$  und  $B$  relevant sind. Tauschen Sie diese aus, damit jeder die für den Versuchsbericht benötigten Informationen hat. Dazu gehören auch die Diagramme mit den Spezifikationen der Widerstände.

**Bitte geben Sie am nächsten Termin einen Bericht ab, der auch die folgenden Unterlagen enthält:**

1. Vergleich der Messverfahren: Stellen Sie die mit den verschiedenen Verfahren gemessenen Werte beider Widerstände in einer Tabelle zusammen. Geben Sie jeweils die Messunsicherheit an und diskutieren Sie die Genauigkeit der Verfahren. Beachten Sie, dass zur Widerstandsbestimmung aus Strom-Spannungs-Daten ein Kennliniendiagramm gehört, aus dessen Steigung  $R$  ermittelt wird. Wie könnten Sie die Genauigkeiten der einzelnen Verfahren verbessern? Mit welchem Verfahren wäre somit die höchste Genauigkeit zu erzielen?
2. Identifizierung von Widerständen: Geben Sie die Lösung an: Welches Bauteil (Gehäusefarbe blau, grau, messingfarben, mehrfarbig) entspricht welchem Widerstandstyp (Draht-, Kohleschicht-, NTC-Widerstand, PTC-Thermistor)? Belegen Sie Ihre Wahl durch Messdaten.

3. Temperaturkoeffizienten: Die temperaturabhängig gemessenen Widerstandswerte sollen in geeigneten Diagrammen mit Fehlerbalken dargestellt und diskutiert werden. Überlegen Sie, wie Sie die Daten des Draht- und Kohleschichtwiderstands auftragen, um  $\alpha$  zu bestimmen (siehe  $R = R_0(1 + \alpha \cdot (T - T_0)) = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$ )! Geben Sie zu jedem Bauelement, soweit sinnvoll,  $\alpha$  und  $B$  mit Messunsicherheiten an.

Diskutieren Sie mit dem Betreuer im Detail, wie die Messdaten ausgewertet werden sollten und welche Messungenauigkeiten dabei zu berücksichtigen sind.

**Die bestimmten Größen sind immer in der Form *Bestwert*  $\pm$  *Messunsicherheit* anzugeben, siehe auch den Abschnitt *Korrekte Angabe des Resultats* zum Versuch MEDA.**

**Bitte vermerken Sie auf Ihrem Bericht den Namen Ihres Betreuers, Ihre Gruppe, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Heften Sie bitte alle Blätter zusammen.**

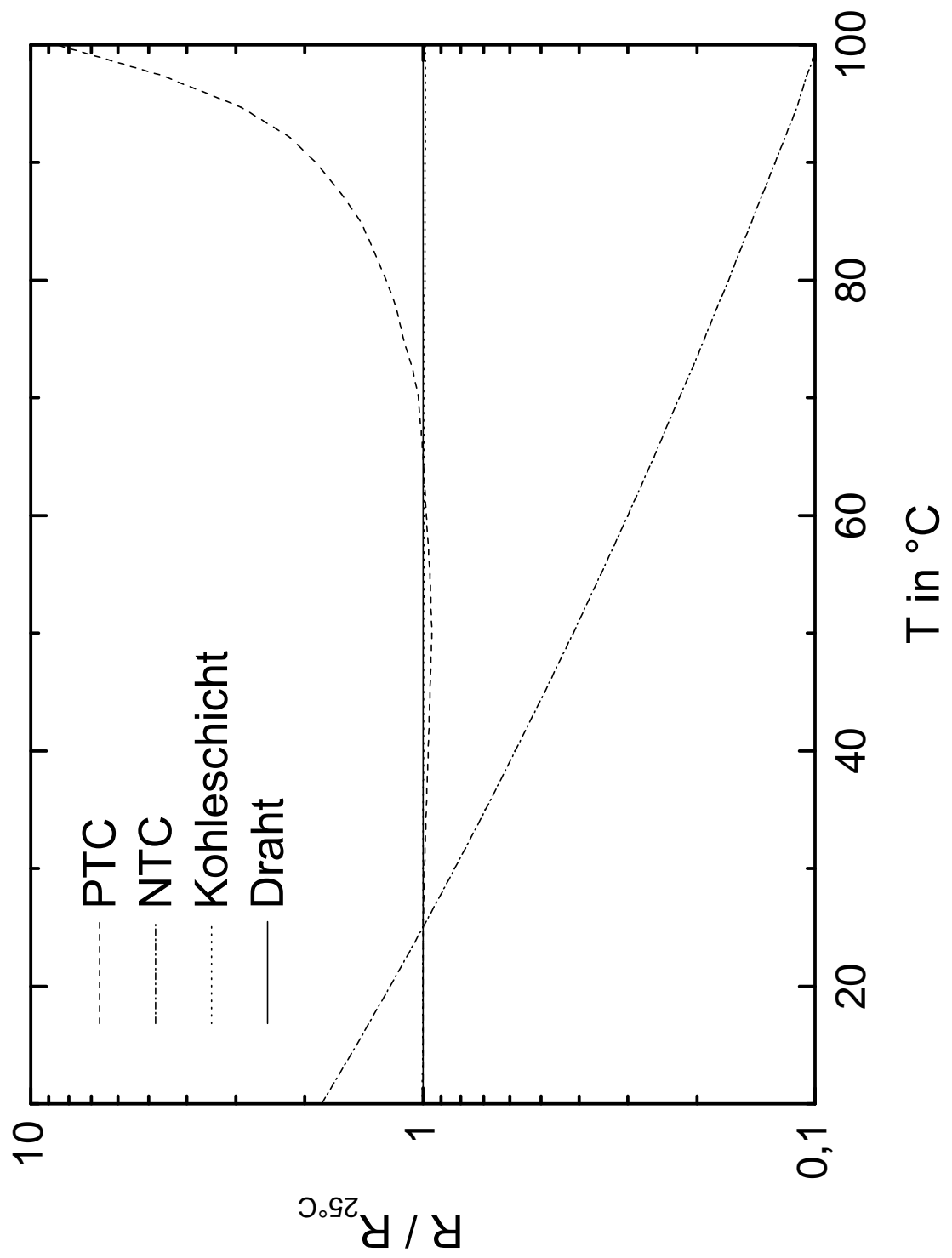


Abbildung 6: Kennlinien verschiedener Widerstände